2024年上海市初中学业水平考试

数学试卷

1．本场考试时间100分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页．

2．作答前，请在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号．并将核对后的条形码贴在答题纸指定位置．

3．所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位．在试卷上作答一律不得分．

4．用2*B*铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题．

一、选择题（每题4分，共24分）

1. 如果$x>y$，那么下列正确的是（　）

A $x+5<y+5$　　B. $x-5<y-5$　　C. $5x>5y$　　D. $-5x>-5y$

2. 函数$f(x)=\dfrac{2-x}{x-3}$的定义域是（　）

A. $x=2$　　B. $x\neq 2$　　C. $x=3$　　D. $x\neq 3$

3. 以下一元二次方程有两个相等实数根的是（　）

A. $x^2-6x=0$　　B. $x^2-9=0$

C. $x^2-6x+6=0$　　D. $x^2-6x+9=0$

4. 科学家同时培育了甲乙丙丁四种花，从甲乙丙丁选个开花时间最短的并且最平稳的．

种类	甲种类	乙种类	丙种类	丁种类

平均数	2.3	2.3	2.8	3.1
方差	1.05	0.78	1.05	0.78

A. 甲种类　　B. 乙种类　　C. 丙种类　　D. 丁种类

5. 四边形 $ABCD$ 为矩形，过 A、C 作对角线 BD 的垂线，过 B、D 作对角线 AC 的垂线，如果四个垂线拼成一个四边形，那这个四边形为（　）

A. 菱形　　B. 矩形　　C. 直角梯形　　D. 等腰梯形

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，点 P 在 $\triangle ABC$ 内，分别以 A、B、P 为圆心画，圆 A 半径为 1，圆 B 半径为 2，圆 P 半径为 3，圆 A 与圆 P 内切，圆 P 与圆 B 的关系是（　）

A. 内含　　B. 相交　　C. 外切　　D. 相离

二、填空题（每题 4 分，共 48 分）

7　　计算：$(4x^2)^3=$_____.

8　　计算 $(a+b)(b-a)=$_____.

9. 已知 $\sqrt{2x-1}=1$，则 $x=$_____.

10. 科学家研发了一种新的蓝光唱片，一张蓝光唱片的容量约为 2×10^5 GB，一张普通唱片的容量约为 25 GB，则蓝光唱片的容量是普通唱片的_____倍．（用科学记数法表示）

11. 若正比例函数 $y=kx$ 的图像经过点 $(7,-13)$，则 y 的值随 x 的增大而_____．（选填“增大”或“减小”）

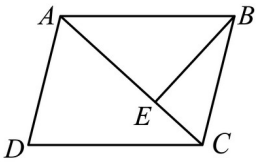
12. 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=66^\circ$，则 $\angle BAC=$_____.

13. 某种商品的销售量 y（万元）与广告投入 x（万元）成一次函数关系，当投入 10 万元时销售额 1000 万元，当投入 90 万元时销售量 5000 万元，则投入 80 万元时，销售量为_____万元．

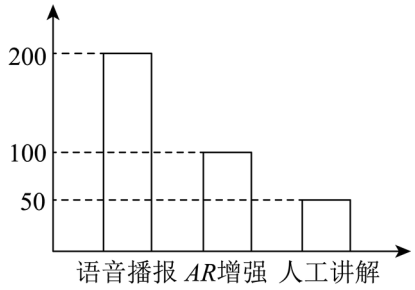
14. 一个袋子中有若干个白球和绿球，它们除了颜色外都相同随机从中摸一个球，恰好摸到绿球的概率是

$\frac{3}{5}$，则袋子中至少有_____个绿球．

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为对角线 AC 上一点，设 $AC=a$，$\overrightarrow{BE}=b$，若 $AE=2EC$，则 $DC=$_____（结果用含 a，b 的式子表示）．



16. 博物馆为展品准备了人工讲解、语音播报和 AR 增强三种讲解方式，博物馆共回收有效问卷 1000 张，其中 700 人没有讲解需求，剩余 300 人中需求情况如图所示（一人可以选择多种），那么在总共 2 万人的参观中，需要 AR 增强讲解的人数约有_____人．



17. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC$ 是锐角，将 CD 沿直线 l 翻折至 AB 所在直线，对应点分别为 C'，D¢，若 $AC':AB:BC=1:3:7$，则 $\cos\angle ABC=$_____．

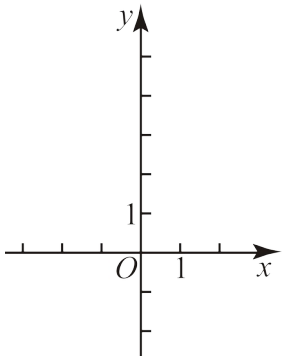
18. 对于一个二次函数 $y=a(x-m)^2+k$（$a\neq0$）中存在一点 $P(x',y')$，使得 $x'-m=y'-k\neq0$，则称 $2|x'-m|$ 为该抛物线的“开口大小”，那么抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+3$ “开口大小”为_____．

三、简答题（共 78 分，其中第 19-22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分）

19. 计算：$|1-\sqrt{3}|+24^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}-(1-\sqrt{3})^{0}$.

20. 解方程组：$\begin{cases}x^{2}-3xy-4y^{2}=0① \\ x+2y=6②\end{cases}$.

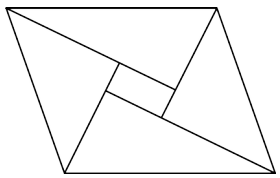
21. 在平面直角坐标系xOy中，反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k　　常数且$k\neq 0$）上有一点$A(-3,m)$，且与直线$y=-2x+4$交于另一点$B(n,6)$.



（1）求k与m的值；

（2）过点A作直线$l\parallel x$轴与直线$y=2x+4$交于点C，求$\sin\angle OCA$　　值.

22. 同学用两幅三角板拼出了如下的平行四边形，且内部留白部分也是平行四边形（直角三角板互不重叠），直角三角形斜边上的高都为h.



（1）求：

①两个直角三角形的直角边（结果用h表示）；

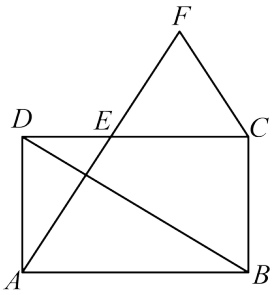
②小平行四边形的底、高和面积（结果用h表示）；

（2）请画出同学拼出的另一种符合题意的图，要求：

①不与给定的图形状相同；

② 画出三角形的边.

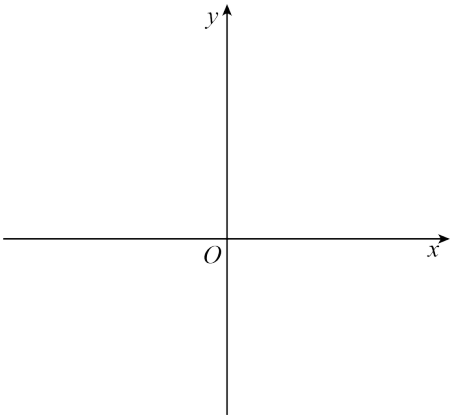
23. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，E 为边 CD 上一点，且 $AE \perp BD$.



(1) 求证：$AD^2 = DE \cdot DC$；

(2) F 为线段 AE 延长线上一点，且满足 $EF = CF = \frac{1}{2}BD$，求证：$CE = AD$.

24. 在平面直角坐标系中，已知平移抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 后得到的新抛物线经过 $A\left(0, -\frac{5}{3}\right)$ 和 $B(5,0)$.



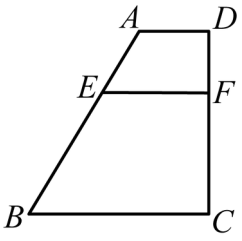
(1) 求平移后新抛物线的表达式；

(2) 直线 $x = m$ （$m > 0$）与新抛物线交于点 P，与原抛物线交于点 Q.

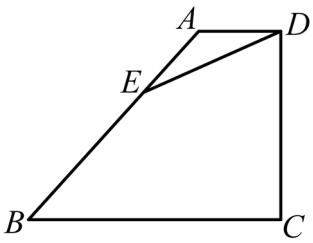
① 如果 PQ 小于 3，求 m 的取值范围；

② 记点 P 在原抛物线上的对应点为 P'，如果四边形 $P'BPQ$ 有一组对边平行，求点 P 的坐标.

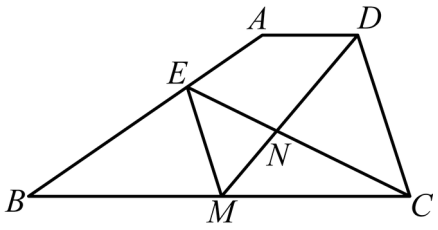
25. 在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，点 E 在边 AB 上，且 $AE = \frac{1}{3}AB$.



（图1）



（图2）



（图3）

（1）如图 1 所示，点 F 在边 CD 上，且 $DF=\frac{1}{3}CD$，联结 EF，求证：$EF\parallel BC$；

（2）已知 $AD=AE=1$；

① 如图 2 所示，联结 DE，如果 $\triangle ADE$ 外接圆的心恰好落在 $\angle B$ 的平分线上，求 $\triangle ADE$ 的外接圆的半径长；

② 如图 3 所示，如果点 M 在边 BC 上，联结 EM、DM、EC，DM 与 EC 交于 N，如果 $BC=4$，且 $CD^2=DM\cdot DN$，$\angle DMC=\angle CEM$，求边 CD 的长.